

Das Ziehen der Quadratwurzel mit mechanischen Rechenmaschinen

1. Einleitung:

In der mathematischen Notation wird für das Wurzelziehen die Schreibweise $\sqrt[n]{a} = b$ verwendet. Hierbei bedeuten:

n = Wurzelexponent (wird bei einer Quadratwurzel nicht geschrieben)
a = Radikand
b = Wert der Wurzel

Beim Radizieren wird ein Radikand in n gleiche Werte umgewandelt. Es ist eine Umkehr des Potenzierens, bei dem ein Faktor mit sich selbst multipliziert wird.

Bis zum Einsatz eines automatisierten *Wurzelautomaten* um 1952 konnte eine Quadratwurzel mit Hilfe

- des Handrechenverfahrens,
- eines Rechenschiebers,
- der Quadratzahl- und Logarithmentafeln sowie
- vieler universell verwendbarer Rechentafeln¹

gefunden werden. Dazu war es möglich - vielfach mit deutlich höherem Zeitaufwand - auch mit einer herkömmlichen mechanischen Rechenmaschine zu arbeiten.

Dieser Maschineneinsatz war verbunden mit einem langen und komplizierten Verfahren, das dem Rechner einige Übung und hohe Konzentration abverlangt; die Fehlermöglichkeit war sehr groß.

Grundlage dieses Ablaufes ist der mathematische Grundsatz:

***In einer mit 1 beginnenden arithmetischen Reihe
ungerader Zahlen ist die Summe aus n Zahlen
gleich dem Quadrat aus n.***

¹ vgl. Crelle, A. L.: *Rechentafeln, welche alles Multiplizieren und Dividieren mit Zahlen unter Tausend ganz ersparen, bei größeren Zahlen aber die Rechnungen erleichtern und sicherer machen*; 9. Ausgabe mit Tafeln der Quadrat- und Kubikzahlen, Berlin 1904

Beispiel: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 6^2 = 36$

Zur Verdeutlichung:

Zahlen folge	ungerade Zahlen	Summe der aufeinander folgenden ungeraden Zahlen
1	1 +	1
2	3 +	4
3	5 + → = 9	
4	7 +	16
5	9 +	25
6	11 +	36
7	13 + → = 49	
8	15	64
9	17	81
10	19	100 usw.

2. Die Abläufe beim maschinellen Radizieren:

Beim Dividieren wird mit der fortlaufenden Subtraktion des Divisors vom Dividenden gearbeitet. Ähnlich erfolgt das Radizieren durch die fortlaufende Subtraktion ansteigender ungerade Zahlen von dem im Rechenwerk gespeicherten Radikanden.

Der nachfolgend beschriebene Rechenablauf wurde auf einer handgetriebenen Volltastatur-Rechenmaschine der Firma Rheinmetall durchgeführt (Abb. 1).



Abb. 1
Rheinmetall
Modell D II c,
Vierspezies-Rechner,
S/N 245325,
Kap. 9 x 8 x 17,
gebaut um 1956,
Antrieb: Handkurbel

(Foto Peter Haertel)

2.1 Grundeinstellungen der Maschine:

Für die ersten Eingaben gilt:

- Der Rechenschlitten wird nach rechts gefahren, sodass die höchste (hier 17.) Dekade des Rechenwerkes über der höchsten linken Eingabestelle der Volltastatur steht.

- Virtuelle Unterteilung des Radikanden in Zweier-Gruppen von rechts nach links.
- Bei Radikanden mit gerader Stellenzahl ergibt dies durchgängig 2-stellige Gruppen; hier können 1- und 2-stellige ungerade Zahlen subtrahiert werden.
- Bei Radikanden mit ungerader Stellenzahl ist die linke Gruppe 1-stellig, hier können auch nur 1-stellige ungerade Zahlen subtrahiert werden; die Restgruppen sind 2-stellig.
- Radikanden-Eingabe auf der rechten Gruppenseite.
- Die Reihenfolge beginnt immer mit der linken Gruppe.

2.2 Rechenbeispiel 1 (ungerade Stellenzahl): $\sqrt{289}$

- Unterteilung des Radikanden in
Gruppe 1: **2**
Gruppe 2: **89**
- Der Radikand wird mit einer Kurbeldrehung in das Rechenwerk übertragen, Umdrehungszählwerk und Tastatur werden wieder auf 0 gestellt.

Abrechnung **1.** Kurbel- Anzeige im
 Gruppe drehungen Rechenwerk

289		
-1	1	189
-3	1	889

- Das Klingelsignal ertönt:
ACHTUNG, Rechenwerk unter 0;
mit 889 wird angezeigt, dass der Restwert 2 nicht vom Radikanden subtrahiert werden konnte.
- Bei gedrückter Korrektur-Taste 1 Kurbeldrehung; der Wert -3 wird wieder addiert und das Umdrehungszählwerk von 2 auf 1 zurückgestellt; Anzeige im Rechenwerk wieder **189**.
- Verstellen des Rechenschlittens um eine Dekade nach links.
- Eingabe des Restwertes 2 in die erste linke Eingabestelle; aufgrund der Stellenverschiebung in eine niedrigere Dekade entspricht dieser dem Wert -20; er wird ergänzt durch die Folge ungerader Zahlen in der rechten Spalte.

Abrechnung **2.** Kurbel- Anzeige im
Gruppe drehungen Rechenwerk

189		
-21	} 1	0168
-23		0145
-25		0120
-27		0093
-29		0064

- Die zwangsläufig nach der -9 folgende Zahl -11 kann nicht hinter die -20 geschrieben werden. Dafür wird die Summe $-20 + -11 = -31$ in die linke Eingabestelle eingetragen.

-31	1	0033
-33	1	0000

- Anzeige im Rechenwerk: 0000
- Anzeige Wurzelwert im Umdrehungszählwerk: **17**

2.3 Rechenbeispiel 2 (gerade Stellenzahl): $\sqrt{2601}$

- Unterteilung des Radikanden in die Zweier-Gruppen 1 2
26 01
- Der Radikand 2601 wird mit einer Kurbeldrehung in das Rechenwerk übertragen, Umdrehungszählwerk und Tastatur auf 0 gestellt.

Abrechnung **1.** Kurbel- Anzeige im
Gruppe drehungen Rechenwerk

2601		
- 1	} 1	2501
- 3		2201
- 5		1701
- 7		1001
- 9		0101
-11		9001

- Das Klingelsignal ertönt: Rechenwerk unter 0; mit 9001 wird angezeigt, dass der Restwert 1 nicht vom Radikanden subtrahiert werden konnte.
- Bei gedrückter Korrektur-Taste 1 Kurbeldrehung; der Wert -11 wurde wieder addiert und das Umdrehungszählwerk von 6 auf 5 gestellt; Rechenwerks-Anzeige wieder **0101**.
- Verstellen des Rechenschlittens um eine Dekade nach links,

- Eingabe des Restwertes 1 in die erste linke Eingabestelle; aufgrund der Stellenverschiebung in eine niedrigere Dekade entspricht dieser dem Wert -10; die rechte Spalte wird ergänzt durch die Folge ungerader Zahlen.

Abrechnung **2** Kurbel- Anzeige im
 Gruppe drehung Rechenwerk

0101		
-101	1	0000

- Anzeige im Rechenwerk: 0000
- Anzeige Wurzelwert im Umdrehungszählwerk: **51**

2.4 Andere Radikanden:

Wird nach Abarbeitung eines Radikanden kein abgeschlossener Wurzelwert erreicht, so können gewünschte Nachkommawerte in gleicher Weise errechnet werden. Dieses geht bis zum Erreichen einer gewünschten Nachkommazahl bzw. wird begrenzt durch das Erreichen der vollen Kapazität des Rechenwerkes.

3. Der Wurzelautomat:

Die erste und einzige mechanische Rechenmaschine für das vollautomatische Ziehen einer Quadratwurzel kam um 1952 auf den Weltmarkt (Abb. 1).

Abb. 2:
 Modell SRW
 der Firma Friden,
 mit
 Wurzelautomatik
 und
 Speicherwerk
 für den Wurzelwert

(Foto: *Rechnerlexikon*)



Hersteller war die US-Firma Friden Inc. in San Leandro / Kalifornien, die im August 1951 ein US-Patent für eine „Einrichtung zum selbstständigen Ziehen von Quadratwurzeln“ angemeldet hatte.

Ein Deutscher Patentantrag folgte 1952².

Für diese Maschine mit Elektroantrieb wurde in der Literatur der neue Begriff „*Fünfspezies-Maschine*“ geprägt³. Dieser ist aber weder von deutschen noch von internationalen Normgremien übernommen worden.

Die Maschine wurde bis 1966 gebaut. Der Verkaufspreis war hoch, 1959 kostete die Maschine 7.935,- DM.

Die Rechenkapazität:

Eingabe	:	10-stellig
Umdrehungszählwerk	:	11-stellig
Rechenwerk	:	20-stellig

Besondere Bedienmerkmale:

- Der Radikand wird in die Volltastatur eingegeben.
- Unter dem Tastenfeld liegen elf Wurzel-Wahltasten.
- Für das Auslösen des vollautomatischen Rechenganges wird die Wurzel-Wahltaste direkt unter der Kommastelle des Radikanden gedrückt.
- Bei dem im Umdrehungszählwerk angezeigten Wurzelwert werden die Nachkommastellen entsprechend der Ziffer auf der gedrückten Wurzel-Wahltaste errechnet.

File: Aufsatz Quadratwurzel_02

² Bundesrepublik Deutschland - Deutsches Patentamt / Patentschrift 1165911, Anmeldung am 8. August 1952, als Erfinder wird Grant Clawson Ellerbeck genannt. Die Patentausgabe war am 8. Okt. 1964.

³ Hennemann, A.: *Die technische Entwicklung der Rechenmaschine*, Aachen 1954, S. 161